



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

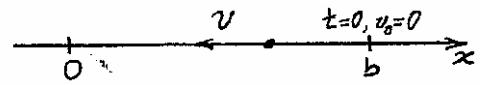
Τελικές εξετάσεις στο μάθημα ΦΥΣΙΚΗ Ι

Ιανουάριος 2001

Διδάσκοντες: Ρ. Βλαστού, Σ. Παπαδόπουλος, Κ. Χριστοδουλίδης

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες Απαντήστε σε όλα τα θέματα Τα θέματα είναι ισοδύναμα

**Θέμα 1** Σωματίδιο μάζας  $m$  μπορεί να κινηθεί πάνω στον άξονα των  $x$ , υπό την επίδραση της δύναμης  $F_x = -\frac{k}{x^2}$ , όπου  $x$  είναι η απόσταση του σωματιδίου από την αρχή  $O$  και  $k$  μια θετική σταθερά. Το σωματίδιο κρατιέται σε κάποια θέση  $x(0) = b > 0$  και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  αφήνεται ελεύθερο, οπότε κάτω από την επίδραση της ελκτικής δύναμης κινείται προς το κέντρο  $O$ .



(α) Βρείτε πώς εξαρτάται η ταχύτητα του σωματιδίου  $v$  από το  $x$ , δηλαδή τη συνάρτηση  $v = v(x)$ .

(β) Δείξτε ότι ο χρόνος που απαιτείται για να φθάσει το σωματίδιο από το σημείο εκκίνησης στο σημείο  $O$  είναι ίσος με  $\pi \sqrt{mb^3/8k}$ . Δίνεται:  $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{b-x}} dx = -\sqrt{x(b-x)} + b \sin^{-1} \sqrt{\frac{x}{b}}$ .

**Θέμα 2** Σώμα κινείται πάνω στον άξονα των  $x$ , έχει μάζα  $m = 2$  και δυναμική ενέργεια που δίνεται από τη σχέση:  $U(x) = x^2(x-4)^2$ , (όλα σε μονάδες S.I.).

(α) Να βρεθεί η δύναμη  $F_x(x)$  που ασκεί το πεδίο πάνω στο σώμα. Να σχεδιαστεί πρόχειρα η συνάρτηση  $U(x)$ , αφού βρεθούν τα χαρακτηριστικά της σημεία.

(β) Να βρεθούν τα σημεία ισορροπίας του σώματος και να εξετασθεί αν είναι σημεία ευσταθούς ή ασταθούς ισορροπίας.

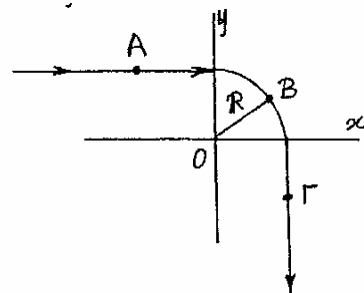
(γ) Αν το σώμα έχει ολική ενέργεια  $E = 8$ , να σχεδιαστούν προσεγγιστικά στο διάγραμμα  $U(x)$  τα όρια των τιμών του  $x$  ανάμεσα στα οποία μπορεί να κινηθεί το σώμα (δεν χρειάζονται αρθμητικές τιμές).

(δ) Αν σε κάποια στιγμή το σώμα βρίσκεται στο σημείο  $x = 0$ , ποια είναι η ελάχιστη αρχική ταχύτητα που πρέπει να του δώσουμε ώστε να περάσει από το σημείο  $x = 4$ ;

**Θέμα 3** (α) Ένα αυτοκίνητο μάζας  $m$  κινείται με ταχύτητα σταθερού μέτρου  $v$  κατά μήκος ενός δρόμου (βλ. Σχήμα) που αποτελείται από δύο κάθετα μεταξύ τους ευθύγραμμα τμήματα συνδεδεμένα μεταξύ τους με κυκλικό τόξο γωνίας  $90^\circ$  και ακτίνας  $R$ .

(i) Ποια είναι η στροφορμή  $\vec{L}$  του αυτοκινήτου ως προς το κέντρο  $O$  του κύκλου, όταν αυτό βρίσκεται στις διάφορες περιοχές της τροχιάς (σημεία A, B και Γ στο Σχήμα);

(ii) Είναι ή όχι σταθερή η  $\vec{L}$ ; Επηρεάζει ή όχι η κεντρομόλος δύναμη τη στροφορμή; Σχολιάστε.



(β) Θεωρήστε ένα βλήμα μάζας  $m$  που εκτοξεύεται από το σημείο  $O$  ( $x=0, y=0$ ) στο έδαφος, με αρχική ταχύτητα  $v_0$  και υπό γωνία  $\theta=45^\circ$  ως προς την οριζόντια. Το βλήμα κινείται στο θετικό τεταρτημόριο του επιπέδου  $xy$ , μέσα στο ομογενές πεδίο βαρύτητας της Γης.

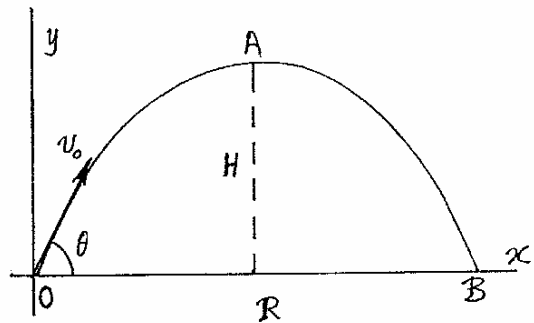
Πόση είναι η στροφορμή του βλήματος ως προς το  $O$  τη στιγμή της εκτόξευσης,  $\vec{L}_O$ ;

Τη στιγμή που φθάνει στο μέγιστο ύψος,  $\vec{L}_A$ ;

Τη στιγμή πρόσκρουσης στο έδαφος,  $\vec{L}_B$ ;

Διατηρείται ή όχι η στροφορμή του βλήματος ως προς το σημείο εκτόξευσης  $O$  σ' αυτήν την κίνηση; Εξηγήστε γιατί.

Δίνονται:  $H = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \theta$ ,  $OB = R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta$ .



**Θέμα 4** (α) Ο μέσος χρόνος ζωής ενός ελεύθερου νετρονίου είναι  $\tau = 15$  λεπτά. Διασπάται σε ένα πρωτόνιο, ένα ηλεκτρόνιο και ένα αντινεutrino. Αν υποθέσουμε ότι ένα συγκεκριμένο νεutrino επιβιώνει ακριβώς για αυτό το χρονικό διάστημα στο δικό του σύστημα αναφοράς, πόση είναι η ταχύτητά του ως προς τη Γη αν μόλις κατορθώνει να διανύσει την απόσταση Ηλίου – Γης; Δίνονται: Απόσταση Ηλίου – Γης  $= 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$ .  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ .

(β) Στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου, ένα φωτόνιο ενέργειας  $Q$  συγκρούεται με έναν ακίνητο πυρήνα μάζας ηρεμίας  $M_1$ . Το φωτόνιο απορροφάται πλήρως, σχηματίζοντας ένα σώμα μάζας ηρεμίας  $M_2$ , που κινείται με ταχύτητα  $v$ . Να βρεθούν τα  $M_2$  και  $v$ .

*Ερώτηση για 1 επιπρόσθετη μονάδα, πέραν των 10.*

**Θέμα 3** (γ) Στο ερώτημα (β), υπάρχει ένα (αδρανειακό) σύστημα αναφοράς ως προς το οποίο η στροφορμή του βλήματος παραμένει σταθερή. Μπορείτε να εξηγήσετε ποιο είναι;

### Χρήσιμες σχέσεις

$$\vec{L} = M \vec{r} \times \vec{v} \quad \vec{N} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

Μετασχηματισμός Lorentz:  $x' = \gamma(x - Vt)$     $y' = y$     $z' = z$     $t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right)$

$$\beta \equiv \frac{V}{c} \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad E = \gamma m_0 c^2 \quad m = \gamma m_0 \quad E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$